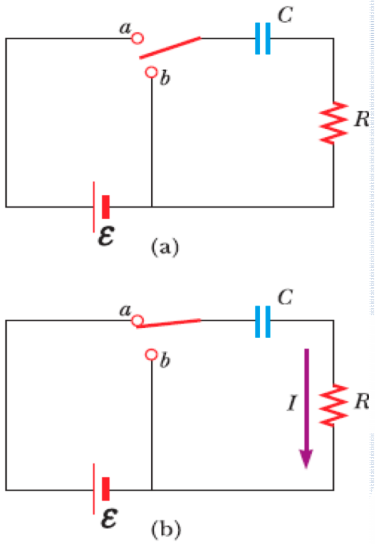
RC 회로

1. 실험 목적

저항과 축전기로 구성된 회로에서 축전기에 인가되는 전압의 시간적 변화를 오실로스코프로 관측하고 회로의 시간상수를 구한다.

2. 이론

2.1. 축전기의 충전



[그림 1] 충전 회로

초기에 축전기는 충전되지 않았다고 가정한다. 그림 1(a)에서, 회로의 스위치가 열려있으므로 전류가 흐르지 않다가 $t=0$의 시간에 그림 1(b)에서처럼 스위치를 a의 위치로 닫으면, 전하가 이동하며 회로에 전류를 형성하고 축전기에 충전이 되기 시작한다. 축전기의 극판 사이 간격은 열린 회로이므로, 충전되는 동안 전하는 극판을 통과하지 못한다는 것에 유의해야 한다. 대신, 축전기가 완전히 충전될 때까지 전하는 축전기의 두 극판을 연결한 도선 내부에서 전지에 의해 형성된 전기장을 따라 흐른다. 축전기 극판에 충전이 진행됨에 따라 축전기 양단의 전위차는 증가한다. 극판에 유도되는 전하량의 최댓값은 전지의 전압에 의존한다. 일단 최대 전하량에 도달하면, 축전기 양단의 전위차는 전지의 전압과 같게 되므로 회로에 흐르는 전류는 0이 된다.

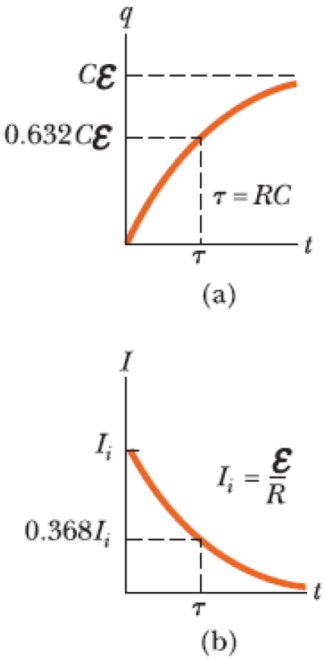
이 문제를 정량적으로 분석하기 위하여 스위치를 a 위치에 놓은 후 회로에 키르히호프의 제2법칙을 적용하면,

$$\epsilon - \frac{q}{C} - IR = 0 \qquad (1)$$

이며, 여기서 $-q/C$는 축전기에서의 전위차를 나타내고 $-IR$은 저항기에서의 전위차를 나타낸다. ϵ과 IR의 부호는 키르히호프의 법칙에 따라 정한다. 축전기의 경우 양(+)극판에서 음(-)극판으로 지나가므로 전압 강하가 일어남을 유의하라. 그러므로 식 (1)의 전위차 항에서 음의 부호를 사용한다. q와 I는 각각 충전기가 충전될 때의 시간에 의존하는(정상 상태와는 다름) 순간 전하와 순간 전류값임을 유의하라. $I = dq/dt$를 대입하여 정리하면,

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon}{R} - \frac{q}{RC} \qquad (2)$$

이다. 이 미분방정식을 풀면 시간에 따른 전하량 및 전압에 대한 표현을 다음과 같이 구할 수 있다(구체적인 방법은 교재 참고).



[그림 2] 전하량 및 전류 변화

$$q(t) = C\epsilon\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = Q\,(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \qquad (3)$$

오실로스코프로 측정하는 값은 축전기 양단의 전압이므로

$$V(t) = \epsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \qquad (4)$$

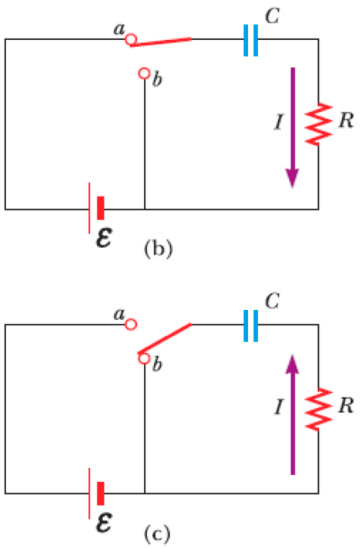
이 된다. 전하량은 $t = 0$에서 0이고, $t \to \infty$일 때 최댓값 $C\epsilon$에 수렴한다. 전류는 $t = 0$에서 최댓값 $I_{\max} = \epsilon/R$이며, 시간이 지남에 따라 지수적으로 감소하여 $t \to \infty$일 때 0이 된다. 지수에 나타나는 값 RC는 시간의 차원을 가지며, 회로의 시간상수(time constant)라고 한다. 즉

$$\tau = RC \qquad (5)$$

이다. 시간 상수는 전류가 처음 값의 $1/e$로 감소하는데 걸리는 시간을 나타낸다. 즉 시간 τ동안에 전류는 최대 전류의 0.368배로 감소한다. 마찬가지로 시간 τ 동안에 전압은 최대 전압의 0.632배까지 증가한다.

2.2. 축전기의 방전

이제 왼쪽 그림과 같이 처음에 전하 Q로 완전히 충전된 축전기를 생각해보자. 스위치가 열려있을 경우 축전기 양단의 전위차는 Q/C이고, $I = 0$이므로 저항 양단의 전위차는 0이다. 만일 $t = 0$에서 스위치를 b의 위치로 닫으면 축전기는 저항기를 통해 방전하기 시작한다. 방전하는 동안 어떤 시간 t에서 회로에 흐르는 전류는 I이고 축전기의 전하량은 q이다. 그림 3(c)의 회로는 회로에 전지가 없는 것을 제외하고는 그림 3(b)의 회로와 동일하다. 키르히호프의 법칙을 적용하면



[그림 3] 방전 회로

$$-\frac{q}{C} - IR = -\frac{q}{C} - R\frac{dq}{dt} = 0 \qquad (6)$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

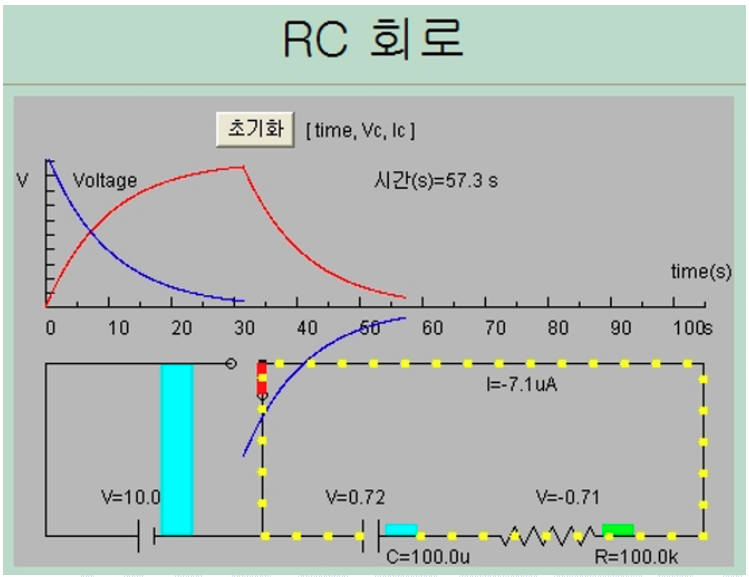
이 미분방정식을 풀면 시간에 따른 전하량 및 전압에 대한 표현식을 구할 수 있다(구체적인 방법은 교재 참고).

$$q(t) = Qe^{-t/RC} \qquad (7)$$

$$V(t) = \frac{Q}{C}e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC} \qquad (8)$$

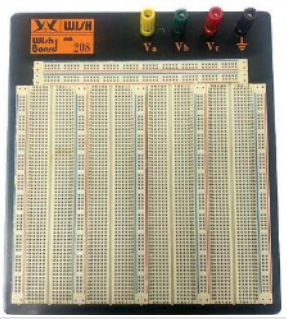
전하량은 $t = 0$에서 Q이고, $t \to \infty$일 때 0에 수렴한다. 전류는 $t = 0$에서 최대값 V_0 이며, 시간이 지남에 따라 지수적으로 감소하여 $t \to \infty$일 때 영이 된다. 지수에 나타나는 값 RC는 시간의 차원을 가지며, 회로의 시간 상수(time constant)라고 한다. 즉, 충전 시와 방

전 시의 시간 상수는 동일하다. 시간 τ 동안에 전압은 최대 전압의 0.368배(36.8%) 까지 감소한다. 그림 4는 RC회로의 충전과 방전에서 전압 곡선을 나타낸다. 그림의 빨간색 그래프가 전압을 나타낸다.



[그림 4] RC 회로의 충/방전 전압 곡선

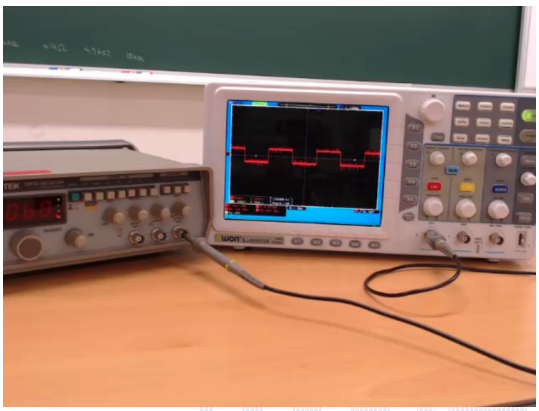
3. 실험기구

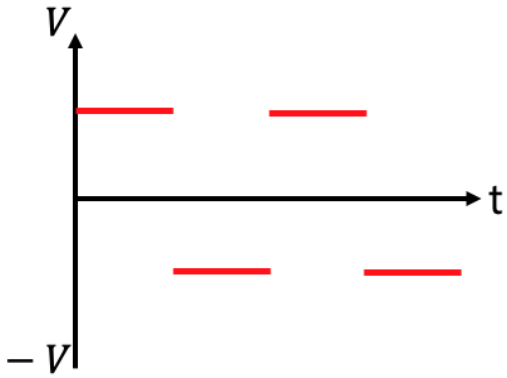
		
Bread Board(일명 빵판)	오실로스코프	함수(신호)발생기
멀티미터	축전기와 저항	각종 점프와이어

4. 실험방법

1. 실험 기구 세팅

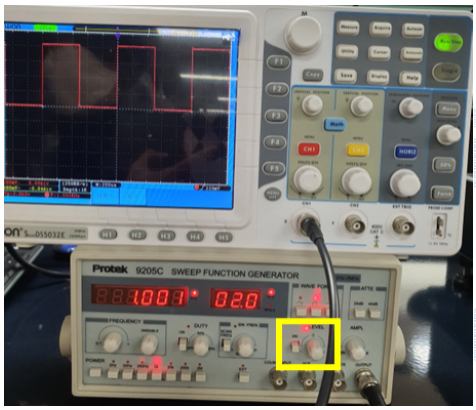
(1) 함수발생기와 오실로스코프를 연결하고, 함수발생기에서 설정한 파형 및 주파수가 오실로스코프에서 올바르게 측정되는지 확인한다.

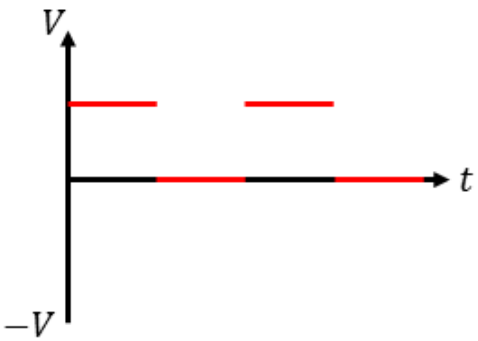




[그림 5-1] 함수발생기의 구형파를 오실로스코프에서 확인한 모습

* 이론에서 스위치를 이용해 축전기의 충/방전을 일으켰지만, 실험에서는 스위치의 역할을 대신하기 위하여 먼저 [그림5-1]에서처럼 주기적으로 전압이 변하는 구형파를 발생시킨다. ΔV와 $-\Delta V$가 번갈아 가면서 주기적으로 나타남을 확인한다.





[그림 5-2] 함수발생기의 level조절로 충/방전을 일으키도록 만든 구형파를 확인한 모습

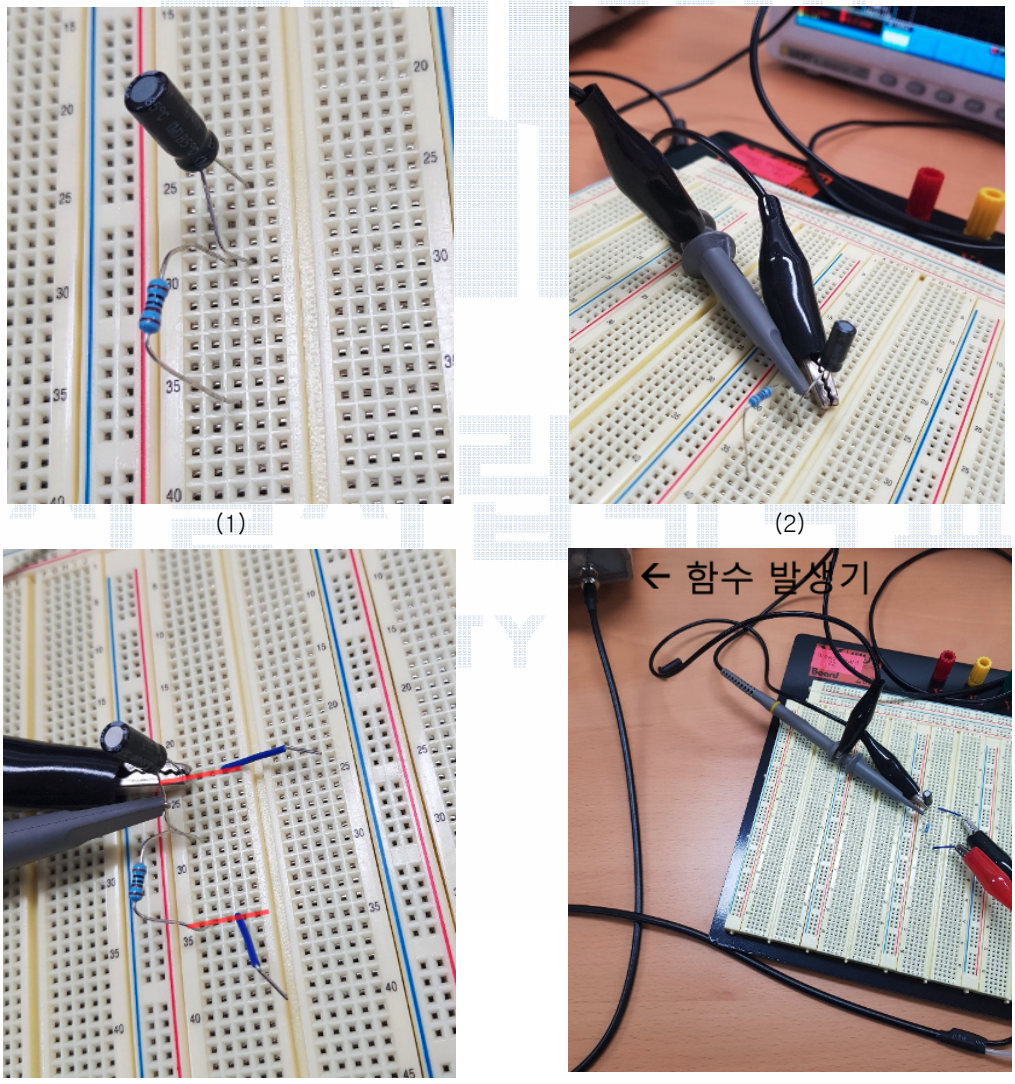
* 함수발생기의 LEVEL 다이얼을 돌려 [그림5-1]의 구형파를 [그림5-2]처럼 $2\Delta V$와 0가 주기적으로 나타날 수 있도록 조절한다. $2\Delta V$가 되는 구간은 충전, 0가 되는 구간은 방전이 일어나는 구간이다.

(2) 오른쪽의 [그림 6]과 같이 실험에 사용할 저항의 저항값과 축전기의 전기용량을 각각 멀티미터로 측정하여 기록한다. 두 값을 곱해 시간상수의 이론값을 구한다.

** 캐피시터는 가급적 용량이 작은 것을 사용하고 저항은 10~500Ω 사이의 저항을 사용하는 것을 권장

[그림 6] 저항값 및 전기용량 측정

2. 회로 구성



(1) (2)

(3) (4)

[그림 7] RC회로의 구성

(1) 빵판에 저항과 축전기를 직렬로 연결한다. 이 때 축전기의 긴 다리(+)가 저항과 직접 연결되도록 한다.

(2) 축전기 양단에 오실로스코프를 연결한다. 갈고리처럼 생긴 집게가 축전기의 긴 다리(+)에 연결되도록 한다.

(3) 저항과 축전기의 바깥쪽 끝에 점프와이어를 연결해 놓는다. 즉 두 점프 와이어의 한 쪽 끝이 각각 저항과 축전기에 연결되어 있다. * 붉은색 실선 참고

(4) 앞서 연결한 점프 와이어에 함수 발생기에서 연결된 전선을 연결한다. 빨간색 선이 저항에 연결되도록 한다.

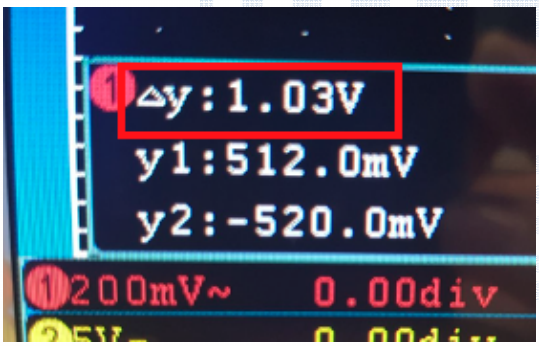
3. 시간 상수 구하기

(1) 이제 함수발생기의 주파수와 파형을 다음과 같이 설정하고, 오실로스코프에 충/방전 곡선이 잘 나타나는지 확인한다.

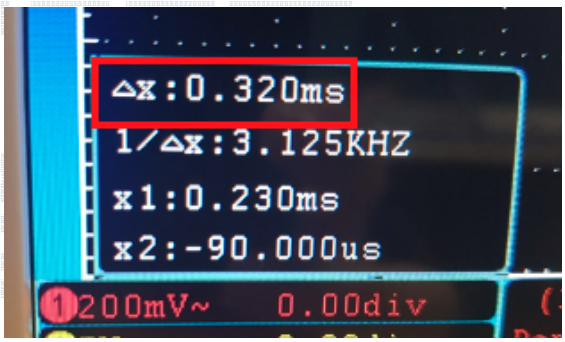
- 주파수 : 시간 상수의 3배 이상의 주기를 가지도록

  * 충전과 방전이 완전히 이루어지도록 주파수를 바꿔가며 확인한다.

- 파형 : 구형파(스위치 역할 재현을 위해)



[그림 8] y축 커서를 전압의 최대/최솟값에 두었을 때 나타나는 ΔV의 크기.



[그림 9] x축 커서를 이용해 충전의 시작점부터 $0.632\Delta V$ 지점까지 시간을 측정.

(2) 오실로스코프의 'cursor' 버튼을 누르고 '전압' 탭을 클릭하여 화면에 y축 커서 두 개가 뜨면, 각각을 전압 곡선의 최댓값과 최솟값 위치로 옮겨서 ΔV를 구한다.([그림 8] 참고)

(3) 'cursor' 버튼을 누르고 이번에는 '시간' 탭을 클릭하여 x축 커서 두 개가 뜨면, $0.632\Delta V$에 도달하는데 걸린 시간 $\Delta t = \tau$를 측정한다.([그림 9] 참고)

(4) 같은 축전기에 대해 여러 저항을 사용해 시간상수를 여러 번 측정한다.

(5) 이번에는 축전기를 바꾸어서 위를 반복해본다.

5. 측정 결과

학과/분반		실험 일시	
실험 조		작성자	

표 1. 축전기 1의 전기용량 $C_1 =$

항목 / 구분	저항값	시간상수 측정값	시간상수 이론값	상대오차
저항 1				
저항 2				
저항 3				
저항 4				
저항 5				

표 2. 축전기 2의 전기용량 $C_2 =$

항목 / 구분	저항값	시간상수 측정값	시간상수 이론값	상대오차
저항 1				
저항 2				
저항 3				
저항 4				
저항 5				

서울시립대학교
UNIVERSITY OF SEOUL

6. 고찰 사항

※ 고찰 사항의 질문에 답하는 것이 보고서의 전부가 아닙니다. 여기에 있는 질문은 단지 보고서를 작성할 때 도움을 주기 위한 것입니다.

(1) 회로에 인가하는 전압의 파형을 구형파가 아닌 삼각파 혹은 정현파를 사용하여도 동일한 결과를 얻을 수 있겠는가?

(2) 저항만 연결된 회로와는 다르게 RC회로에 정현파를 인가했을 때 입력 신호와 축전기 양단의 전압 신호 사이에 위상차가 발생한다. 위상차란 무엇인지, 위상차가 일어나는 이유는 무엇인가?

(3) 함수발생기의 주파수 설정이 시간상수보다 충분히 길거나 짧을 때의 결과를 예상해보고 그 이유를 서술하여라.

서울시립대학교 UNIVERSITY OF SEOUL

(4) 실험 결과는 저항값에 관계없이 모두 같은 주파수를 사용하였는데, 이를 오차율이 저항값과 비례하여 증가하는 현상과 관련하여 설명하여라.